

# SOFIA KOVALEVSKAYA

Nhà nữ Toán học xuất sắc, nữ giáo sư đầu tiên của Châu Âu và cũng là nhà văn

*Lê Quang Ánh, Ph.D.*

*It is impossible to be a mathematician without being a poet in soul.  
(Không thể là một nhà Toán học mà không có tâm hồn thi sĩ).  
Sofia Kovalevskaya.*



Sofia Kovalevskaya (1850 - 1891), hình chụp năm 1880 (Sofia 30 tuổi).

Đây là một phụ nữ Nga, tên của bà khá rắc rối đối với một số trong chúng ta. Tên đầy đủ thời còn con gái: **Sofia Vasilyevna Korvin-Krukovskaya** (họ của cha bà là Krukovsky).

Tên đầy đủ khi có gia đình: **Sofia Vasilyevna Kovalevskaya** (họ của chồng bà là Kovalevsky), thường người ta gọi bà là **Sofia Kovalevskaya**, còn đôi khi trong bài viết bà để tên **Sophie Kovalevsky** hoặc **Sonya Kovalevskaya**.

Tên gọi ngắn (thân mật) là **Sofia** hoặc **Sonya**.

## **Thời niên thiếu.**

Sofia sinh ngày 15 tháng 1 năm 1850 tại Moscow, con thứ hai trong gia đình có ba con (chị và em trai). Cha là Tướng Vasily Vasilyevich Korvin-Krukovsky trong quân đội Hoàng gia Nga, có nguồn gốc Ba Lan, cháu của Mathias Korvin (vua Hungary). Trước khi về hưu năm 1858, ông là chỉ huy trưởng Pháo binh quân khu Moscow.

Mẹ là bà Yelizaveta Fedorovna Shubert (hoặc Schubert, viết theo Đức), có nguồn gốc di dân Đức từ hai đời trước.

Gia đình thuộc tầng lớp thượng lưu giàu có, cho nên thời nhỏ Sofia được nuôi dưỡng và giáo dục đầy đủ ở lãnh địa của dòng họ Krukovsky, một địa phương tên là Palibino gần biên giới với Lithuania. Người vú nuôi của Sofia là một bà người Anh có học thức, biết nói tiếng Nga, tiếng Pháp và tiếng Đức, cho nên ngoài tiếng Nga, Sofia học được nhiều thứ tiếng khác ngay từ thời còn nhỏ qua bà vú. Ngoài ra bà còn dạy cho Sofia nhiều kiến thức phổ thông khác, ngoại trừ Toán Cao cấp.

Chuyện kể rằng trong một góc phòng nhỏ của cô bé Sofia ở miền quê, lúc cô bé mới 8,9 tuổi, người vú nuôi không đủ giấy dán tường nên lấy tập bài giảng Calculus cũ (thời cha của bà đi học) đem dán lên tạm<sup>1</sup>. Rồi bà vú quên thay giấy dán tường mới, và “...lúc nào rảnh là nó nhìn chăm chặp vào những cái hình và công thức “quái đản” ấy,” cô chị của Sofia kể lại. Có phải đó là cái “điềm” báo trước cô bé sau này “mê” Toán không? Tuy chưa hiểu gì về những gì in trong các trang sách này, nhưng liệu chúng đã để lại dấu ấn trong trí cô bé chăng?

Ông chú bà con của Sofia là nhà Vật lý Nikolai Nikanorovich Tyrtov phát hiện ra khả năng học và hiểu nhanh môn học một cách khác thường khi thấy cô bé đọc và hiểu sách Vật lý của ông. Ông còn rất ấn tượng khi thấy cô “chế biến” một số công thức Lượng giác trong sách của ông nữa. Ông đặt tên cho Sofia là *Pascal mới* (New Pascal), và khuyên cha mẹ Sofia tìm giáo viên tư (tutor) dạy thêm cho Sofia về môn Toán.

Mùa Đông năm 1866 – 1867, gia đình về nghỉ ở Saint-Petersburg. Dịp này cha mẹ Sofia mượn được một thầy giáo chuyên dạy Toán tại nhà tên là Alexander N. Strannolyubsky, ông này đang dạy Toán tại Học Viện Hải Quân Saint-Petersburg. Thầy giáo dạy cho Sofia môn Toán Cao cấp (Calculus), và ông nhận ra ngay khả năng đặc biệt của cô học trò của mình, làm như cô đã biết trước môn Toán này từ lâu rồi. Cũng mùa Đông ấy, Sofia làm quen với chủ nghĩa *Hư Vô* (*Nihilism*) qua tài liệu sách báo của một người bạn của Anna (còn gọi là Anya), chị của Sofia. Tư tưởng này đang thịnh hành trong giới trẻ thành thị Nga.

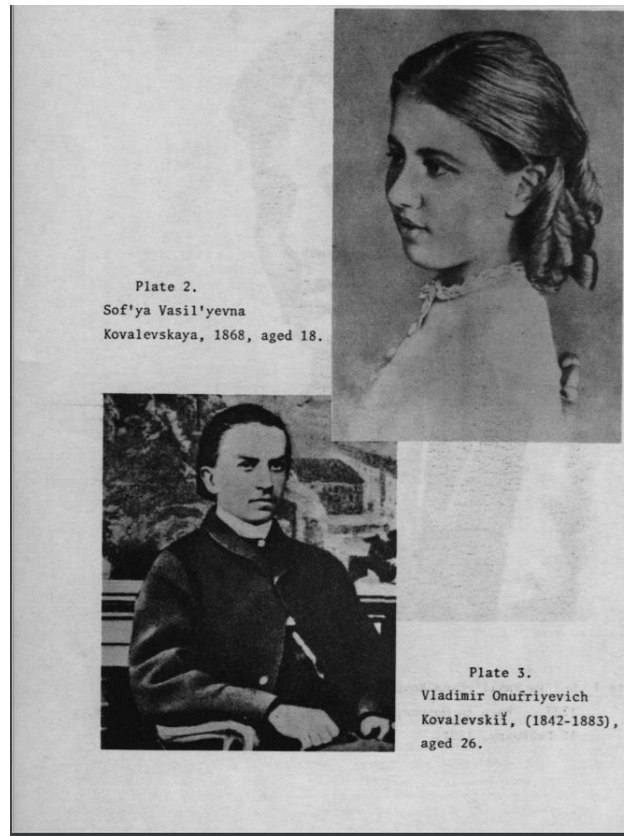
### **Thời gian học Đại học.**

Hết năm 1867, Sofia 17 tuổi, học hết trung học, chuẩn bị cho một giai đoạn mới. Mặc dù học giỏi nhưng Sofia không thể vào Đại học. Thời ấy, ở nước Nga cũng như hầu hết các nước khác ở Châu Âu, phụ nữ không được phép ghi tên vào trường Đại học. Khi muốn đi ra nước ngoài (du lịch hoặc học tập), phụ nữ Nga không được phép đi một mình, mà phải đi cùng chồng hoặc có giấy cho phép của

---

<sup>1</sup> Đó là giáo trình in thạch bản của nhà Toán học Mikhail Ostrogradsky (1801 - 1862). Nguồn: *Best of Russia – Famous Russians*. (<https://web.archive.org>).

cha hoặc chồng. Năm 1868 - Sofia 18 tuổi - trước ước muốn được ra nước ngoài tìm cơ hội học tập, gia đình phải sắp xếp một cuộc hôn nhân “giả” cho Sofia: Sofia kết hôn với Vladimir Kovalevsky<sup>2</sup>, một sinh viên chuyên ngành Sinh Vật học. Kovalevsky nghĩ rằng mới đầu có thể cuộc hôn nhân là “giả”, nhưng do yêu Sofia, Kovalevsky hy vọng cuộc hôn nhân sẽ trở thành thật. Sau khi lấy nhau, hai người rời Saint-Petersburg và qua Đức.



Cặp vợ chồng “giả” khi mới cưới: Sofia 18 tuổi và Vladimir 26 tuổi.

(<http://www.thebookshelf.auckland.ac.nz/docs/Maths/PDF/mathschron005-012.pdf>).

Tháng 4 năm 1869, họ dừng lại tại Heidelberg, một thành phố ở miền Tây-Nam nước Đức để Sofia xin vào Đại học Heidelberg. Cũng như ở Nga, Sofia bị từ chối, tuy nhiên ở đây người ta cho Sofia ghi tên với tư cách sinh viên dự thính. Cô ghi tên học Vật lý và Toán học với nhiều giáo sư danh tiếng như Hermann von Helmholtz (1821 - 1894), Gustav Kirchhoff (1824 - 1887) và Robert Bunsen (1811 - 1899). Trong thời gian ấy, Vladimir lên Đại học Jena ở miền Đông-Bắc nước Đức để theo học lấy bằng Tiến sĩ Cổ Sinh Vật học.

<sup>2</sup> Anh này vốn là bạn của Anna, nhưng yêu cô em. Sau này, chính Kovalevsky là người đầu tiên dịch công trình của Charles Darwin sang tiếng Nga.

Tháng 10 năm ấy, năm 1869, sau khi thủ tục ghi tên vào các lớp dự thính xong, Sofia theo Vladimir qua London để anh này tiếp xúc, và học hỏi chuyên môn với các giáo sư hàng đầu cùng ngành ở Anh như Thomas Huxley (1825 - 1895) và nhất là Charles Darwin (1809 - 1882). Thời gian ở London, Sofia tham dự một số “phòng khách” (salon)<sup>3</sup>, trong đó có salon của nhà văn, nhà thơ nữ nổi tiếng George Eliot (1819 - 1880). Tại đây, Sofia – năm ấy 19 tuổi – đăng đàn tranh luận (bằng tiếng Anh, dĩ nhiên) với nhà Triết học, nhà văn, nhà Sinh Vật học Herbert Spencer (1820 - 1903) về đề tài “*Woman’s capacity for abstract thought*” (*Khả năng của phụ nữ trong tư duy trừu tượng*). Trở về lại Heidelberg, nàng kịp hoàn tất các lớp học (dự thính) tại đây.

Tháng 10 năm 1870, Sofia đến Berlin với mục đích tìm học Toán với giáo sư Karl Weierstrass (1815 - 1897), nhà Toán học Đức, được xem như “cha đẻ” của Giải tích hiện đại. Nhưng Đại học Berlin còn khắt khe hơn ở Đại học Heidelberg nữa: thậm chí người ta không cho cả Sofia ghi tên dự thính. Sofia xin được học tư (học riêng) với giáo sư Weierstrass. Có thể do sự quyết tâm và khả năng khác thường của nàng mà giáo sư Weierstrass nhận lời và dạy riêng cho nàng suốt trong gần 4 năm liền. (Xin được nói thêm một chút ở đây. Weierstrass lớn hơn Sofia 35 tuổi và có ba cô con gái cỡ tuổi với Sofia. Ông coi Sofia như con gái mình, thỉnh thoảng Sofia ở lại nhà Weierstrass, học với thầy và chơi với các cô con gái. Do đó có một số dư luận không hay về thành quả của Sofia, nhất là có người cho rằng có “bàn tay” của Weierstrass trong ba bài nghiên cứu tạo nên Luận án Tiến sĩ của Sofia. Ngay cả nhà viết sử nổi tiếng của thế kỷ 20 là E.T. Bell cũng có một vài nhận xét không chính xác về chuyện này<sup>4</sup>. Nhờ tài năng thật sự của Sofia mà những tiếng đồn không hay dần dần không còn nữa).

Năm 1874, Sofia Kovalevskaya trình luận án của mình đến trường Đại học Göttingen, dưới sự đỡ đầu của Giáo sư Weierstrass, để xin cấp bằng Tiến sĩ Toán. Luận án gồm 3 đề tài liên quan đến:

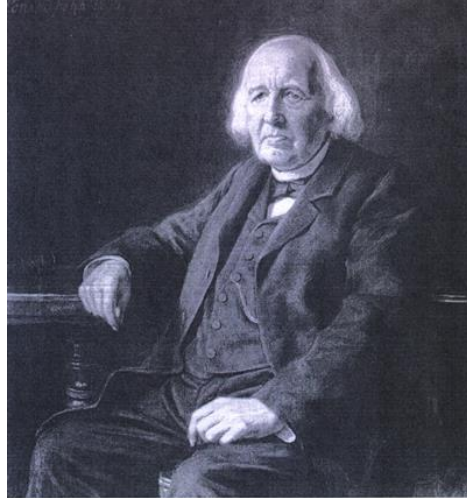
1. Lý thuyết phương trình đạo hàm riêng.
2. Kỹ thuật giản lược một loại tích phân Abel về tích phân elliptic.
3. Bổ sung những nghiên cứu của Laplace về vành đai của sao Thổ (Saturn’s ring).

Trường Đại học Göttingen đã chấp thuận và cấp cho Sofia Kovalevskaya văn bằng Tiến sĩ với *hạng tối danh dự* (*summa cum laude*) vì luận án xuất sắc, mặc dù không chính thức ghi danh học ở đó (*In absentia*).

Sofia Kovalevskaya trở thành *người phụ nữ đầu tiên* được chính thức cấp bằng Tiến sĩ ở Châu Âu.

<sup>3</sup> Salon là nơi những nhà trí thức quý tộc tụ họp để bàn luận về các vấn đề văn chương, nghệ thuật.

<sup>4</sup> E.T. Bell. *Men of Mathematics*, chap 10.



Karl Weierstraß 1815–1897

### **Cuộc đời và sự nghiệp sau 1874.**

Sau khi tốt nghiệp xong, Sofia và Vladimir trở về Nga. Cả hai đều không tìm được việc làm thích hợp. Về phần Sofia lí do là do xã hội Nga (thật ra là khắp Châu Âu) thời ấy không cho phép phụ nữ chính thức có mặt trong các định chế Hàn lâm, còn Vladimir là do bị nghi ngờ có tư tưởng cấp tiến<sup>5</sup> chống lại xã hội phong kiến Nga Hoàng.

Trong thời gian này, hai người chính thức sống chung với nhau. Họ làm cả những việc không thuộc chuyên môn của mình để kiếm sống. Sofia thì viết tin tức cho tờ New Time ở Saint Petersburg, còn Vladimir thì làm việc tạm thời cho một công ty bất động sản.

Năm 1878, Sofia sinh được một đứa con gái cũng đặt tên là Sofia (nhưng thường được gọi là Fufa), cuộc sống của hai vợ chồng càng khó khăn hơn. Sau hai năm ở nhà nuôi con, Sofia gửi Fufa cho bà con và bạn gái để trở lại công việc khoa học. Vladimir rất bất mãn về quyết định này của Sofia.

Năm 1880, với sự giới thiệu của nhà Toán học P.L. Chebyshev (1821 -1894), Sofia Kovalevskaya trở thành hội viên Hội Toán học Moscow.

Trong những năm 1881 – 1883, bà qua lại giữa Berlin và Paris để nghiên cứu về mặt Toán học của hiện tượng khúc xạ ánh sáng qua môi trường tinh thể. Trong khi đó công việc làm ăn của Vladimir không có gì suôn sẻ, ông suy sụp tinh thần, bắt đầu có dấu hiệu của bệnh tâm thần, cuối cùng đi đến tự kết liễu đời mình vào

---

<sup>5</sup> Vladimir Kovalevsky từng tham gia Công xã Paris cùng với vợ chồng cô chị Anna của Sofia. Hai vợ chồng cô chị sau đó bị bắt tại Pháp, rồi họ vượt ngục, trốn thoát được qua Anh.

tháng 4 năm 1883. Cảm thấy có trách nhiệm trong cái chết của chồng, bà chán nản rời bỏ những hoạt động khoa học và xã hội.

Đến thời điểm bi đát nhất của cuộc sống, một phép lạ đã đến với bà. Gösta Mittag-Leffler<sup>6</sup> (1846 - 1927), nhà Toán học nổi tiếng Thụy Điển được vua Thụy Điển tin cậy, người rất ngưỡng mộ Weierstrass, đã đưa bà về Thụy Điển và tìm cho bà một công việc phù hợp, đó là giảng viên không lương (*Privatdozentin*)<sup>7</sup> tại trường Đại học Stockholm. Năm sau, năm 1884, do khả năng được thể hiện một cách rõ ràng, bà được ký hợp đồng 5 năm vào ngạch phụ tá giáo sư, và năm 1889 bà được phong giáo sư thực thụ.

Như vậy Sofia Kovalevskaya là *người phụ nữ đầu tiên* trở thành giáo sư chính thức trong Lịch sử Châu Âu. Kể từ đó bà có một địa vị được tôn kính trong giới thượng lưu trí thức Thụy Điển. Cũng cần nói thêm rằng, vào năm 1882, chính Mittag-Leffler là người sáng lập ra tờ báo Toán học *Acta Mathematica*, tờ báo nổi tiếng cho tới ngày hôm nay. Hai năm sau, năm 1884, Sofia Kovalevskaya trở thành thành viên Hội Đồng Biên Tập (Editorial Board) của tờ báo này.

Những hoạt động Khoa học, Toán học, và Văn học của bà hầu hết được diễn ra trong những năm 1884 - 1890 khi vị trí của bà trong xã hội, trong thế giới Khoa học được công nhận. Xin được liệt kê dưới đây một số sự kiện và công trình nghiên cứu của bà trong thời gian này (theo tài liệu của Dr. Elena N. Polyakhova, khoa Toán Đại học Saint-Petersburg, Nga):

- Tháng 2 năm 1884 được bổ nhiệm vào Hội Đồng Biên Tập của tờ báo Toán học *Acta Mathematica*. Công bố đề tài thứ hai về Tích phân trong luận án Tiến sĩ trên tờ báo *Acta Mathematica* số tháng 4 năm 1884 bằng tiếng Đức *Ueber die Reduktion einer bestimmten Klasse Abel'schen Integrale 3-er Ranges auf elliptische Integrale*. Cũng trong năm 1884, bà gửi đăng trong báo cáo hằng tuần của Viện Hàn Lâm Khoa học Paris bài nghiên cứu về Toán-Vật lý: *Sur la propagation de la lumière dans un milieu cristallisé (Sự truyền của ánh sáng trong môi trường tinh thể)*<sup>8</sup>.
- Năm 1885 công bố đề tài thứ ba về vành đai của sao Thổ (Thiên văn học) của luận án Tiến sĩ bằng tiếng Đức *Zusätze und Bemerkungen zu Laplace's Untersuchung ueber die Gestalt der Saturnringe* trên tờ báo Thiên văn *Astronomische Nachrichten, Kiel*.

<sup>6</sup> Xem thêm chuyện của nhà Toán học Mittag-Leffler trong bài *Poincaré và giải Oscar II* của cùng tác giả trong trang Rosetta.vn.

<sup>7</sup> Ở Đức cũng như một số nước khác ở Châu Âu thời ấy, khi một tân Tiến sĩ được tuyển dụng vào Đại học, người này sẽ bắt đầu bằng chức vụ *Privatdozent* (nam) hay *Privatdozentin* (nữ), giảng viên không lương nhưng có thể thu của sinh viên một ít học phí để đủ sống.

<sup>8</sup> Ngay sau khi bài nghiên cứu được công bố, Vito Volterra (1860 – 1940), nhà Vật lý người Ý, khi ấy mới 24 tuổi, đã tìm thấy một vài sai sót. Sau này Kovalevskaya không còn muốn đề cập tới nghiên cứu này nữa.

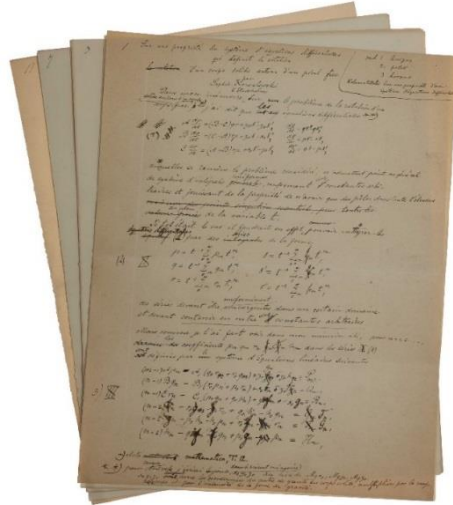
- Năm 1886 công bố bài báo *Remembrances of George Eliot* (Hồi ức về thi sĩ G. Eliot) trên tờ báo *Russia Thought* số tháng 6, 1886.
- Năm 1887, cùng với nhà văn, nhà biên kịch Anna Charlotte Leffler-Edgren (em gái của nhà Toán học Mittag-Leffler) hoàn thành vở kịch *Fight for Happiness* (Đấu tranh cho Hạnh phúc).
- Năm 1888 nghiên cứu về sự quay của một vật thể rắn (Cơ học cổ điển). Đề tài này được giải thưởng Bordin của Hàn Lâm Viện Khoa học Paris (Prix Bordin de l'Académie des Sciences de Paris) với tựa đề *Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*.
- Năm 1889, cho công bố bài nghiên cứu nói trên trong số báo *Acta Mathematica* số tháng 12, bằng tiếng Anh dưới tựa đề *Problem of rigid body rotation around a fixed point*. Công bố một bài tiểu luận văn học về nhà văn M.E. Saltykov-Shchedrin (1826 – 1889) trên một tờ báo Pháp. Với sự giới thiệu của nhà Toán học Chebyshev, Sofia Kovalevskaya được bầu làm thành viên thông tấn (Correspondent member) của Hàn Lâm Viện Khoa học Saint-Petersburg.
- Năm 1890 khai triển tiếp về đề tài về sự quay của một vật thể rắn (Cơ học cổ điển), bà cho công bố bài nghiên cứu *Sur la propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe* (Về một tính chất của hệ phương trình vi phân xác định phép quay của một vật thể rắn chung quanh một điểm cố định) trên tờ *Acta Mathematica 1890*. Do nghiên cứu này bà được giải thưởng của Hàn Lâm Viện Khoa học Thụy Điển.  
Cũng trong năm 1890 bà cho xuất bản tập hồi ký *A Russian Childhood* (Thời ấu thơ của một đứa trẻ Nga) và vở kịch *Nihilist Girl* (Một phụ nữ theo thuyết hư vô). Bản dịch tiếng Nga *Nihiliska* bị nhà nước Sô Viết cấm xuất bản ở Nga cho đến năm 1928.

Sophia Kovalevskaya bị bệnh sưng phổi và mất vào ngày 10 tháng 2 năm 1891 tại Stockholm, Thụy Điển, sau một chuyến đi nghỉ ở Nice (Pháp) trở về<sup>9</sup>. Khi ấy bà mới có 41 tuổi. Con gái duy nhất của bà, lúc ấy 12 tuổi, được nhà Thiên văn Gylden<sup>10</sup> đem về nuôi. Sau này bà này trở thành một Bác sĩ Y khoa, mất năm 1953, không gia đình.

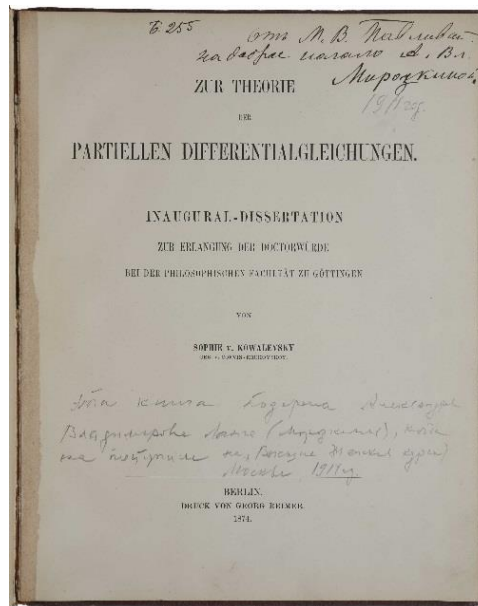
\*\*\*\*\*

<sup>9</sup> Bà cùng đi với Maxim Kovalevsky, người bà con với người chồng quá cố của bà. Hai người gặp nhau và yêu nhau hai năm trước (năm 1889) nhưng không sống chung với nhau. (*Kovalevskaya Days*. <https://sites.google.com/site/awmmath/programs/kovalevskaya-days>).

<sup>10</sup> Xem thêm về nhà Thiên văn này trong bài viết *Poincare và giải Oscar II* của cùng tác giả trong trang [Rosetta.vn/lequanganh](http://Rosetta.vn/lequanganh).



Chữ viết tay (tiếng Pháp) của Kovalevskaya: *Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe* (Về một tính chất của hệ phương trình vi phân xác định phép quay của một vật thể rắn quanh một điểm cố định) gửi đăng trên số báo *Acta Mathematica* 14.



Luận án Tiến sĩ của Kovalevskaya, phần thứ nhất: *Lý thuyết về phương trình đạo hàm riêng* viết bằng tiếng Đức, in ngay năm 1874, năm bà trình Luận án này cho trường Đại học Göttingen.

### Các công trình Toán học của Sofia Kovalevskaya.

Như đã nói ở một đoạn trước, làm việc dưới sự hướng dẫn của giáo sư Karl Weierstrass trong gần 4 năm, Kovalevskaya đã hoàn thành ba bài báo trình lên Đại học Göttingen để được cấp bằng Tiến sĩ. Chủ đề của ba bài báo là: Về phương



trình đạo hàm riêng, về tích phân Abel, và về vành đai của sao Thổ (Saturn's ring). Dưới đây chúng tôi xin được nói thêm chút ít chi tiết về ba bài báo nói trên.

### 1. Lý thuyết về đạo hàm riêng: Định lý Cauchy-Kovalevskaya.

Đây có thể coi như là đóng góp quan trọng nhất của Kovalevskaya cho Toán học. Nó thường được biết dưới tên gọi *Định lý Cauchy-Kovalevskaya*.

Weierstrass đã có nhiều nghiên cứu về phương trình vi phân thường (O.D.E), nay ông muốn Kovalevskaya mở rộng một số vấn đề ra cho phương trình đạo hàm riêng (P.D.E). Năm 1872, Cauchy là người đầu tiên khám phá ra *định lý tồn tại tổng quát* cho phương trình đạo hàm riêng. Định lý cho thấy phương trình vi phân thường và một số phương trình đạo hàm riêng có nghiệm giải tích hoàn toàn (analytic solutions). Dựa trên kết quả đó Kovalevskaya đưa ra những trường hợp mà trước đó chưa có ai xem xét tới.

Trên kết quả của Cauchy, bà mở rộng cho hệ đạo hàm riêng bậc  $r$  dạng

$$\frac{\partial^r \mu}{\partial t^r}.$$

Một trong những áp dụng hữu hiệu của định lý Cauchy-Kovalevskaya cho thấy rằng phương trình

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(t, x, u, \frac{\partial \mu}{\partial x}\right),$$

trong đó  $f$  phân tích hoàn toàn trong lân cận  $(t_0, x_0, u_0, \frac{\partial \mu}{\partial x})$ , có một nghiệm duy nhất  $u(x, t)$  phân tích hoàn toàn trong lân cận  $(x_0, t_0)$ .

### 2. Nghiên cứu về tích phân Abel.

Weierstrass gợi ý cho Kovalevskaya đề tài này: *nghiên cứu những trường hợp suy thoái trong đó tích phân Abel thu lại thành tích phân sơ cấp hoặc tích phân elliptic*. Vấn đề này đã được một số nhà Toán học từ đầu thế kỷ 19 cho đến ngay trước thời của Kovalevskaya xem xét rồi, nhưng chưa hoàn toàn đầy đủ. Chẳng hạn như Karl Jacobi (1804 - 1851) và một học trò của ông là Friedrich Richelot (1808 – 1875) đã chứng minh được rằng (vào năm 1846) tích phân hyperelliptic loại một có thể đưa về tích phân elliptic; hoặc như Leo Koenigsberger (1837 – 1921), một người thầy của Kovalevskaya, trong thập niên 1860 đã có vài bài báo về tích phân Abel. Chính một trong những bài báo đó – bài báo công bố năm 1867 – đã được Weierstrass đọc kỹ và từ đó gợi ý đề tài nghiên cứu cho Kovalevskaya<sup>11</sup>.

Bài nghiên cứu của Kovalevskaya trong luận án đã bà được bổ sung và cho đăng lên tờ *Acta Mathematica* năm 1884, gây được sự chú ý của giới Toán học thời ấy. Chính Henri Poincaré, người cũng đã từng nghiên cứu về tích phân Abel, đã công

<sup>11</sup> R. Cooke. *The Mathematics of Sonya Kovalevskaya*. Springer-Verlag. New York. 1984.

nhận công trình của bà sâu sắc và đầy đủ. Trong suốt 10 năm sau đó không có một bài nghiên cứu nào về đề tài này nữa, điều đó chứng tỏ rằng, cùng với những người đi trước, công trình của bà đã trả lời đầy đủ cho vấn đề tích phân Abel.

### 3. Bổ sung nghiên cứu của Laplace về vành đai sao Thổ.

Về vành đai sao Thổ, ở thế kỷ 16, 17 đã có nhiều nhà Thiên văn quan tâm nghiên cứu. Những nghiên cứu này chủ yếu là dựa trên những quan sát thiên văn (kính thiên văn). Có thể kể tên một số tên tuổi lớn trong thời kỳ này như Galileo Galilei (1564 – 1642), Christian Huygens (1629 – 1695), Gian Domenico Cassini (1625 – 1715).

Đầu thế kỷ 19, nhà Toán học và Thiên văn học vĩ đại Pierre Simon Laplace (1749 – 1827) lập ra bộ môn Cơ học Thiên thể, nhờ đó vành đai sao Thổ mới được ông chính thức nghiên cứu một cách toán học.

Theo Laplace, vành đai sao Thổ gồm nhiều vành có hình ellip đồng tâm, tạo nên bởi lưu chất dạng đông đá (iced fluid). Kovalevskaya chứng minh được rằng những vành ấy có hình oval (quả trứng), có một trục đối xứng, không có tâm đối xứng (khác với Laplace). Nghiên cứu sự bền vững của các vành đai ấy, bà dựa trên giả thiết là chúng được tạo nên bởi lưu chất. Giả thiết này ngày nay được chứng minh không còn đúng, các vành đai ấy được tạo nên bởi những hạt rời rạc, không phải là chất lỏng liên tục.

Mặc dù về phương diện Toán học, các tính toán của bà rất chính xác, sắc sảo, nhưng giá trị thực tế của bài nghiên cứu của bà ngày nay không còn được sử dụng nữa. Công trình này là của riêng bà, không hề có gợi ý từ Weierstrass vì ông này không có hứng thú với những đề tài loại này.

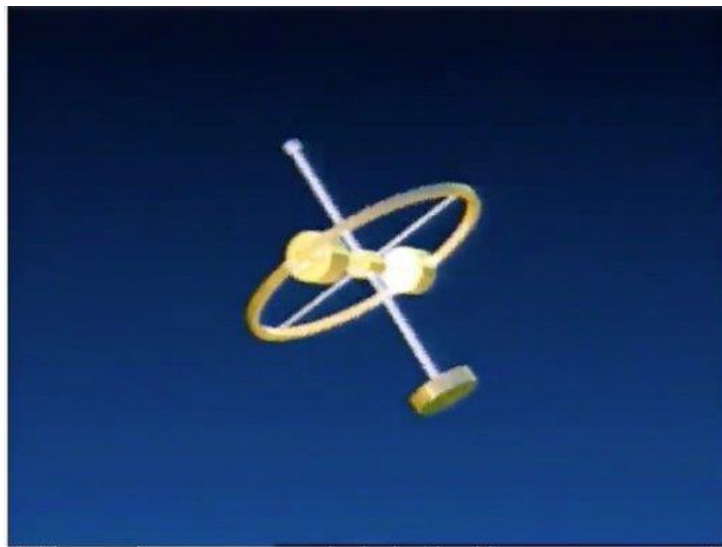


Vành đai sao Thổ và cấu tạo của nó.

#### 4. Bài toán chuyển động của một vật thể rắn quanh một điểm cố định.

Đây là chủ đề có thể nói là nổi tiếng nhất của Sofia Kovalevskaya. Bài nghiên cứu có tựa đề *Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe* (Về vấn đề sự quay của một vật thể rắn quanh một điểm) đã được giải thưởng Bordin của Hàn Lâm Viện Khoa học Paris năm 1888. Năm sau, bà bổ sung và hoàn chỉnh vấn đề này và công bố trên tờ *Acta Mathematica* năm 1889 dưới tựa đề *Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe* (Về một tính chất của hệ phương trình vi phân xác định phép quay của một vật thể rắn quanh một điểm cố định). Bài báo được giới Toán học thời ấy đánh giá cao, và năm 1890 bà đã được giải thưởng của Hàn Lâm Viện Thụy Điển.

Bài toán sự quay của một vật thể rắn quanh một điểm gồm có ba trường hợp. Hai trường hợp đầu, ứng với vật thể rắn có trục đối xứng, đã được nghiên cứu từ thế kỷ trước. Trường hợp thứ nhất do Euler giải quyết (năm 1765) ứng với vật thể không chịu lực bên ngoài và tâm khối lượng là điểm cố định nằm bên trong vật thể. Trường hợp thứ hai do Lagrange giải quyết (năm 1788) ứng với điểm cố định – tâm quay – và tâm khối lượng cùng nằm trên trục đối xứng. Đó chính là trường hợp bài toán con vụ (con quay). Kovalevskaya nghiên cứu trường hợp thứ ba, tức là trường hợp tổng quát: vật thể rắn không có tính đối xứng. Bà đã tính ra được một cách tường minh (explicitly) các tọa độ thông qua các hàm ultra-elliptic theo thời gian. Mô hình của trường hợp này được gọi là con vụ (con quay) Kovalevskaya (Kovalevskaya top).



The Kovalevskaya top. Credit: Peter H. Richter, Holger Dullin, and Andreas Wittek (CC BY-ND 3.0 DE)

## Những sự kiện mang tên Kovalevskaya

Nhìn chung, Sofia Kovalevskaya không phải là nhà Toán học hàng đầu thế giới, nhưng bà là một trong ba nhà nữ Toán học tài năng nhất gần thời đại chúng ta nhất (cuối thế kỷ 19 – đầu thế kỷ 20)<sup>12</sup>. Tên của bà gắn liền với một định lý quan trọng của Giải tích học: *Định lý Cauchy-Kovalevskaya*. Ngoài ra tên của bà cũng được nhắc đến như là một trong những phụ nữ đi tiên phong trong phong trào đòi quyền phụ nữ ở Châu Âu. Tài năng và cuộc đời của bà là nguồn cảm hứng cho một số cuốn tiểu thuyết tiểu sử và phim ảnh. Xin được liệt kê một số sự kiện và sách vở nói về đến bà hoặc có mang tên bà:

- **Sonya Kovalevskaya High School Mathematical Day** (Ngày Sonya Kovalevskaya trong trường Trung học cấp ba): Đây là một quỹ do *Hội các phụ nữ trong Toán học* (AWM = Association for Women in Mathematics) thành lập trên khắp nước Mỹ, nhằm tài trợ cho các chương trình có mục đích khuyến khích tài năng Toán học trong các trường Trung và Đại học.
- **The Sonya Kovalevskaya Lecture** (Bài giảng Sonya Kovalevskaya): Bài giảng xuất sắc hằng năm do hội AWM bảo trợ, nhằm mục đích đề cao sự đóng góp của phụ nữ trong lãnh vực Toán và Toán ứng dụng.
- **Kovalevskaya Fund** (Quỹ Kovalevskaya): Thành lập vào năm 1985, nhằm hỗ trợ phụ nữ ở các nước đang phát triển trong nghiên cứu sáng tạo Khoa học.
- Quỹ Alexander Von Humboldt ở Đức mỗi năm hai lần trao tặng giải thưởng Sofia Kovalevskaya cho những nữ khoa học gia trẻ.
- Một miệng núi lửa trên mặt trăng mang tên *Kovalevskaya*.
- Ở Saint-Petersburg và Moscow đều có con đường mang tên *Sofia Kovalevskaya*.
- Sách *Little Sparrow: A Portrait of Sophia Kovalevskaya (Chim sẻ bé nhỏ: Chân dung của S.K)* của Don.H. Kennedy, Ohio University Press. 1983.
- Sách *Beyond the Limit: The Dream of Sofia Kovalevskaya (Bên kia giới hạn: Giấc mơ của S.K)* của Joan Spicci, Tom Doherty Associates. 2002.
- Sách *Too Much Happiness (Quá nhiều hạnh phúc)*. Alice Munro<sup>13</sup>. McClelland and Stewart. Toronto. 2009.
- Phim *Sofia Kovalevskaya*, đạo diễn Losef Shapiro. Sản xuất năm 1956.
- Phim TV *Sofia Kovalevskaya*, đạo diễn người Azerbaijan Ayan Shakhmaliev. Sản xuất năm 1985.

\*\*\*\*\*

<sup>12</sup> Hai người kia là Sophie Germain và Emmy Noether. Xem chuyện về hai bà trong trang [Rosetta.vn/lequanganh](http://Rosetta.vn/lequanganh).

<sup>13</sup> Alice Munro, nhà văn nữ người Canada, chuyên viết chuyện ngắn, giải Nobel Văn chương 2013.

## Tài liệu tham khảo

1. M. Aubin. *Remembering Kovalevskaya*. Springer Verlag. 2011.
2. E.T. Bell. *Men of Mathematics*. Simon and Schuster. New York. 1965.
3. R. Cooke. *The Mathematics of Sofia Kovalevskaya*. Springer Verlag. New York. 1984.
4. D.H. Kennedy. *Little Sparrow: A Portrait of Sophia Kovalevskaya*. Ohio University Press. 1983.
5. A. Munro. *Too Much Happiness*. McClelland and Stewart. Toronto. 2009.
6. J. Spicci. *Beyond the Limit: The Dream of Sofia Kovalevskaya*. Tom Doherty Associates. 2002.
7. And Reviewed of this book by Ann Hibner Koblitz at <https://www.ams.org/notices/200401/rev-annkoblitz.pdf>.
8. <https://www.britannica.com/topic/history-of-Europe/Realism-in-the-arts-and-philosophy#ref311206>.
9. <http://www.storyofmathematics.com/19th.html>.
10. <https://www.agnesscott.edu/lriddle/women/kova.htm>.
11. Và một số tài liệu và hình ảnh lấy trên Internet.